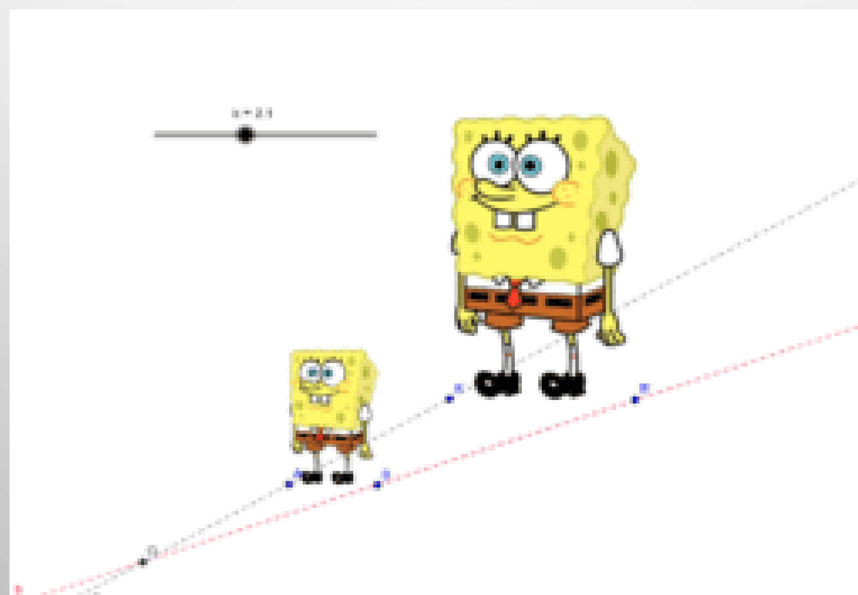
Colegio España Concepción
Profesora: Olga Saavedra
Profesora Diferencial: Olga Zapata

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
COLEGIO ESPAÑA - CONCEPCIÓN

SEMEJANZA



OBJETIVOS

- APLICAR LOS CRITERIOS DE SEMEJANZA Y DE PROPORCIONALIDAD A MODELOS A ESCALA Y OTRAS SITUACIONES DE LA VIDA DIARIA

- EN ESTA PRESENTACIÓN ENCONTRARÁS :

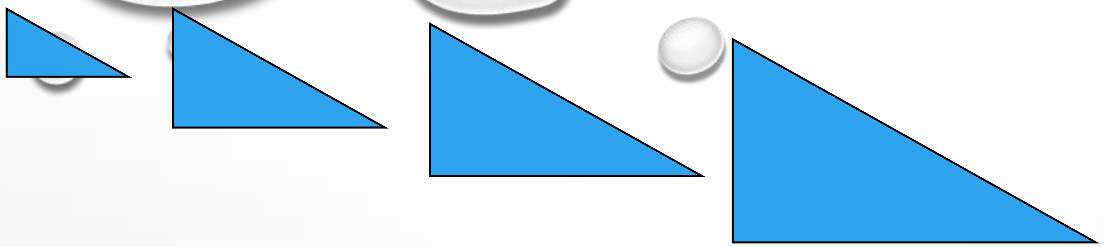
Descripción del concepto de semejanza y ejemplos

Definición y ejemplos del concepto de semejanza

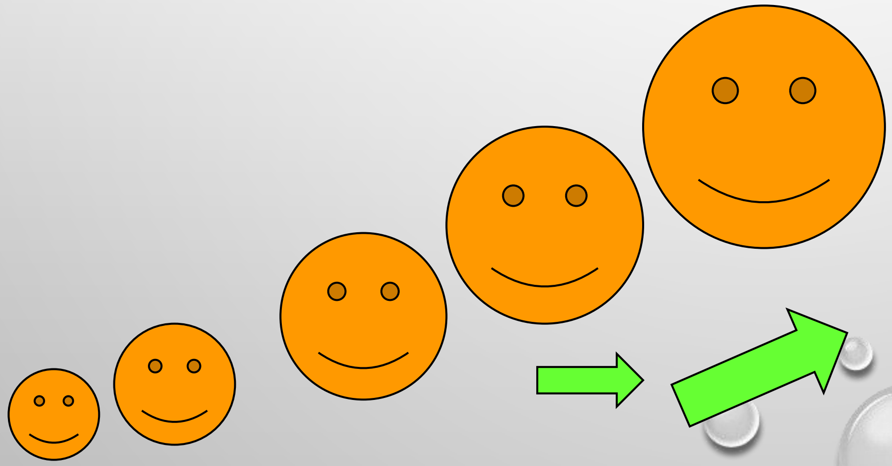
Criterios de semejanza de triángulos y ejemplos

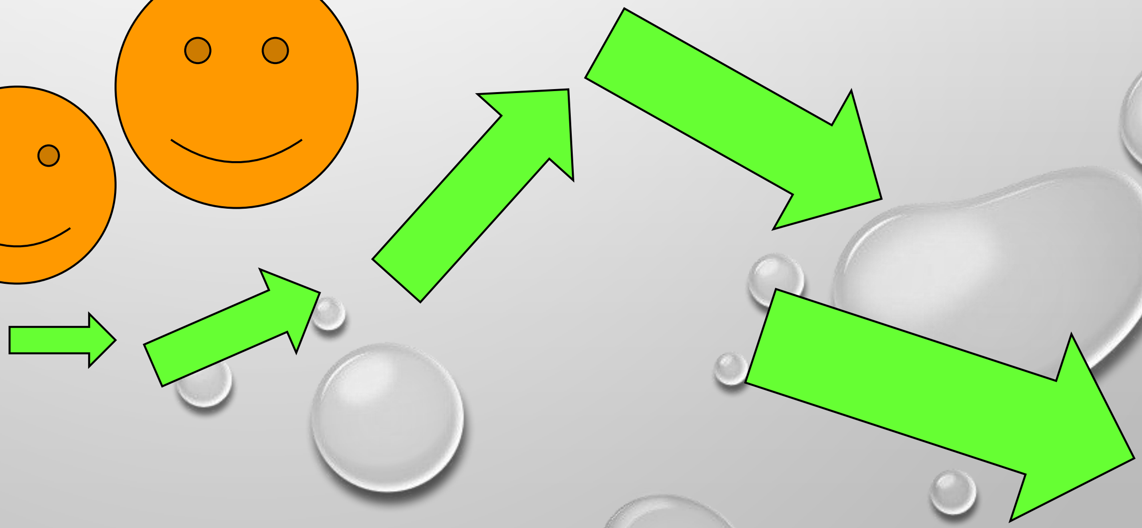
Algunos ejercicios sencillos

Todos estos elementos son la base de los contenidos relacionados con la unidad de semejanza



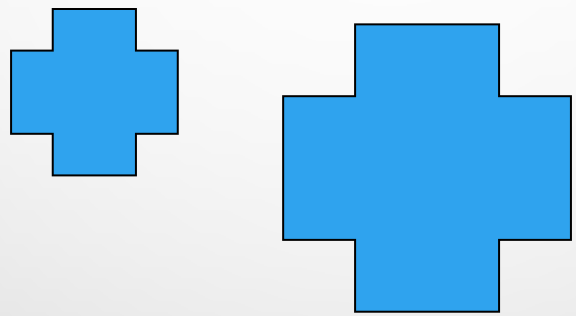
SEMEJANZA

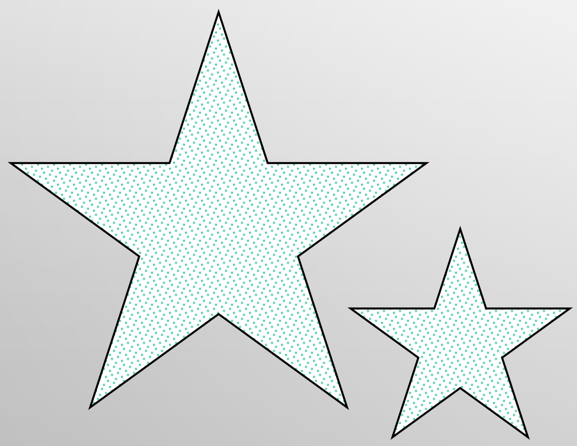


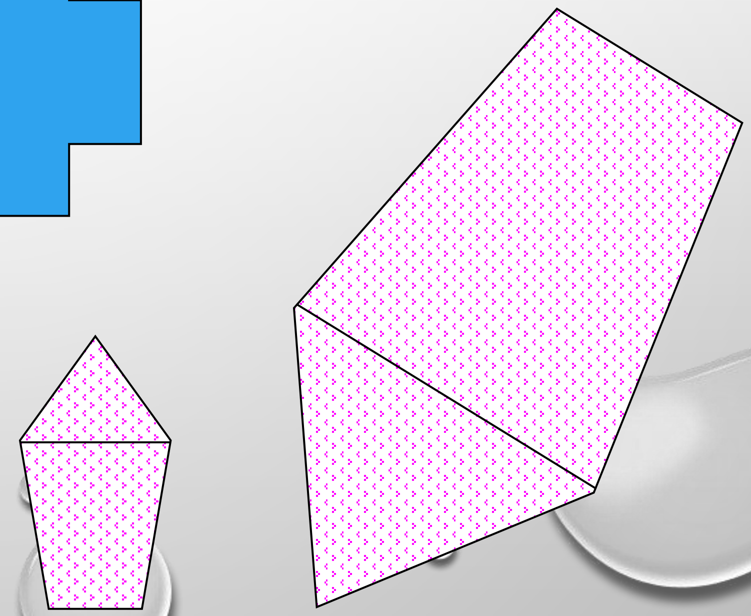


Descripción: Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma “forma”, pero no necesariamente el mismo tamaño

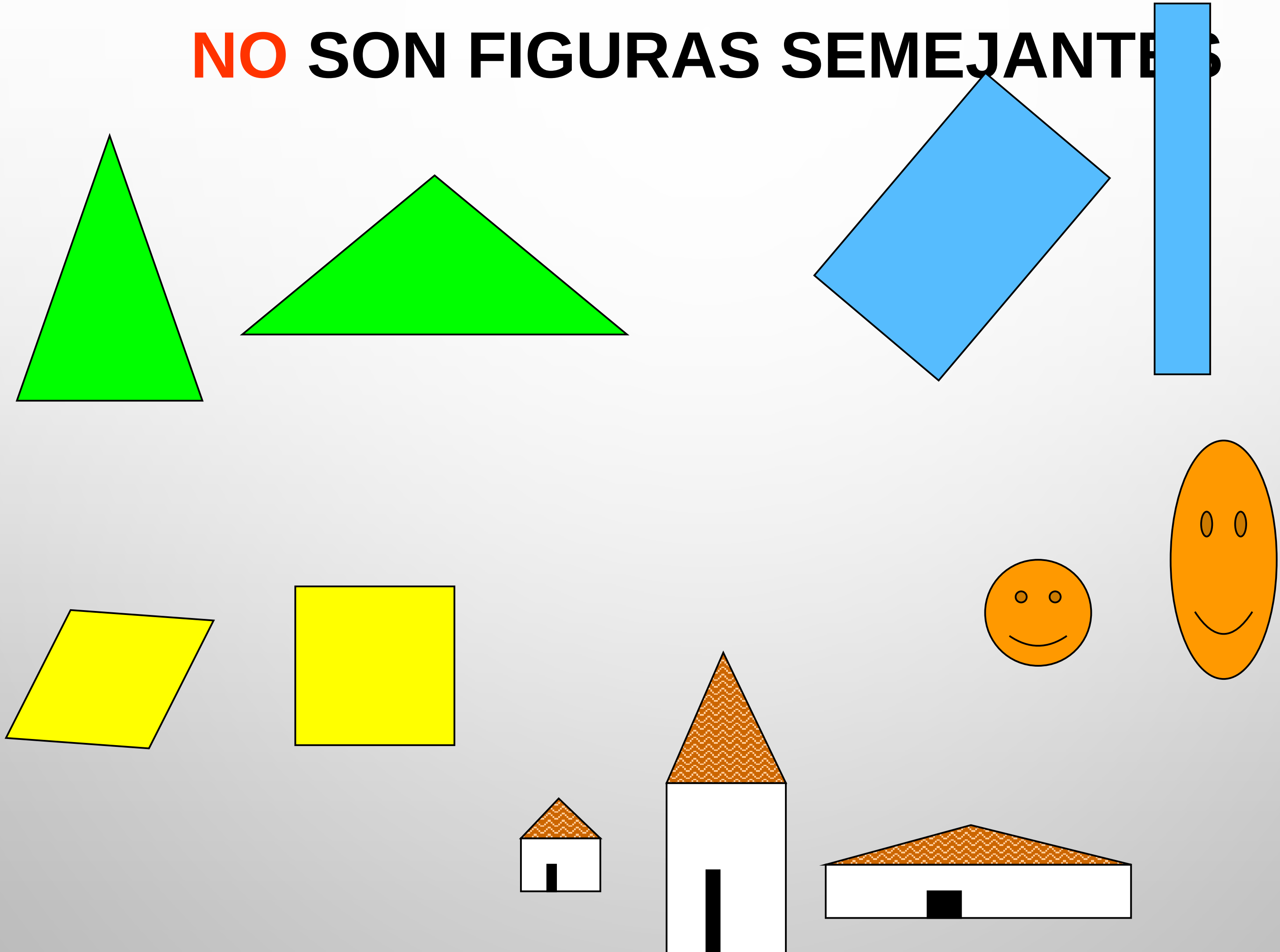
Ejemplos de figuras semejantes





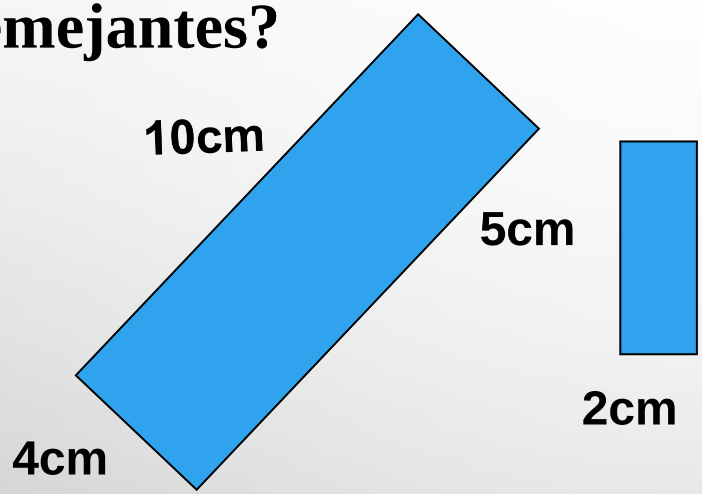


NO SON FIGURAS SEMEJANTES



DEFINICIÓN GEOMÉTRICA: DOS FIGURAS SON SEMEJANTES CUANDO LA RAZÓN ENTRE LAS MEDIDAS DE SUS LADOS HOMÓLOGOS (CORRESPONDIENTES) ES CONSTANTE, ES DECIR SON PROPORCIONALES Y SUS ÁNGULOS CORRESPONDIENTES SON CONGRUENTES

Ejemplo:¿Los siguientes rectángulos son semejantes?



¿Tienen sus lados respectivos proporcionales?

$$\frac{10}{5} = \frac{4}{2}$$

Así es, ya que los productos “cruzados” son iguales
10 •2 = 5 • 4

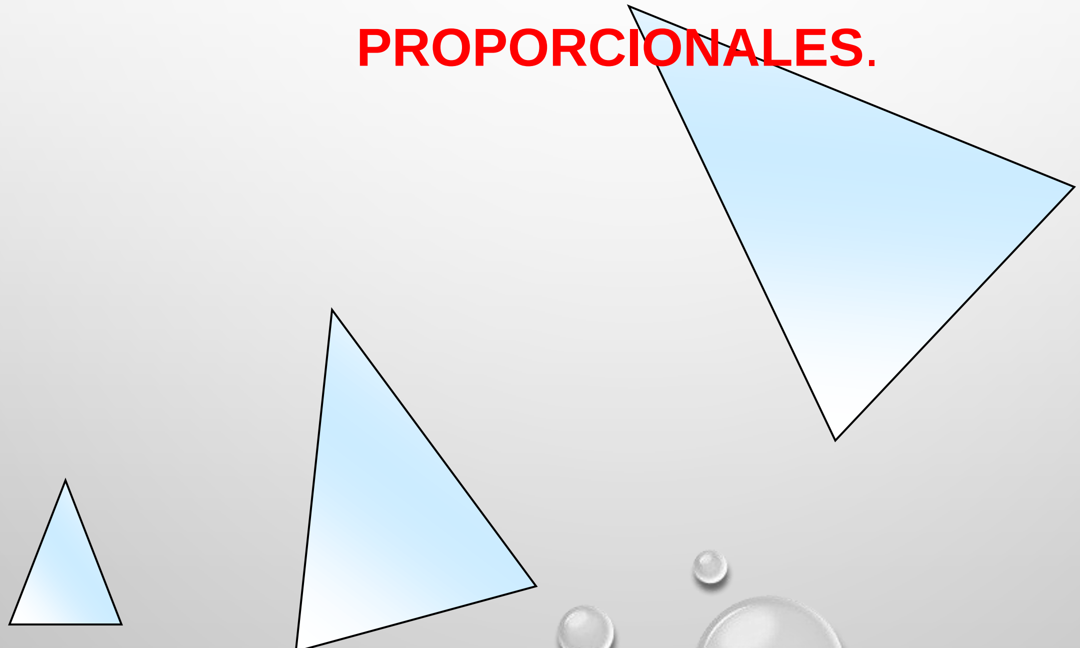
¿Son sus ángulos correspondientes congruentes?

Efectivamente, al tratarse de dos rectángulos, todos los ángulos miden 90º y se cumple que los ángulos correspondientes son congruentes

Al cumplirse las dos condiciones anteriores, podemos decir que los dos rectángulos son semejantes

TRIÁNGULOS SEMEJANTES

DOS TRIÁNGULOS SON SEMEJANTES SI SUS **ÁNGULOS** SON, RESPECTIVAMENTE, **IGUALES** Y SUS **LADOS** HOMÓLOGOS SON **PROPORCIONALES**.



CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

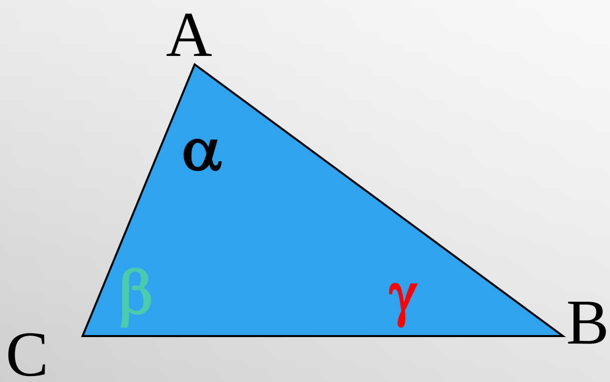
EXISTEN ALGUNOS PRINCIPIOS QUE NOS PERMITEN DETERMINAR SI DOS TRIÁNGULOS SON SEMEJANTES SIN NECESIDAD DE MEDIR Y COMPARAR TODOS SUS LADOS Y TODOS SUS ÁNGULOS. ESTOS PRINCIPIOS SE CONOCEN CON EL NOMBRE DE CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

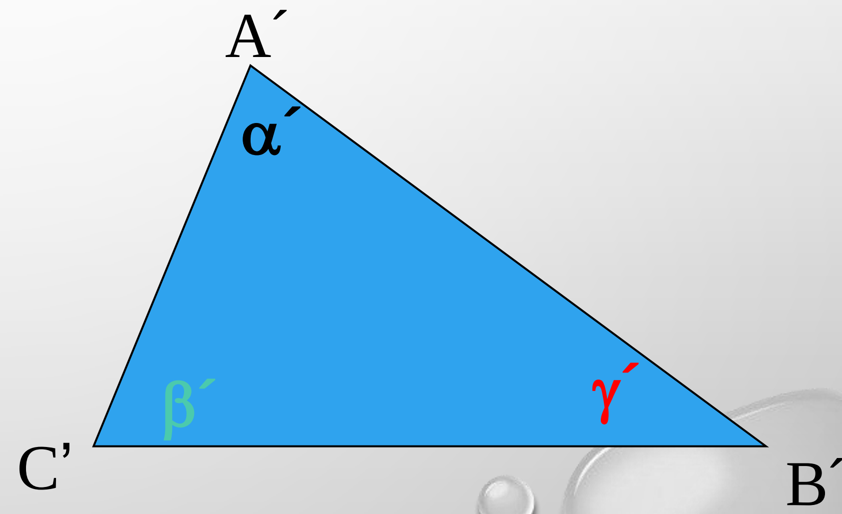
EXISTEN TRES CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

1. AA (ÁNGULO-ÁNGULO)
2. LLL (LADO-LADO-LADO)
3. LAL (LADO-ÁNGULO-LADO)

I. PRIMER CRITERIO AA

DOS TRIÁNGULOS QUE TIENEN LOS DOS **ÁNGULOS** CONGRUENTES SON **SEMEJANTES** ENTRE SÍ.



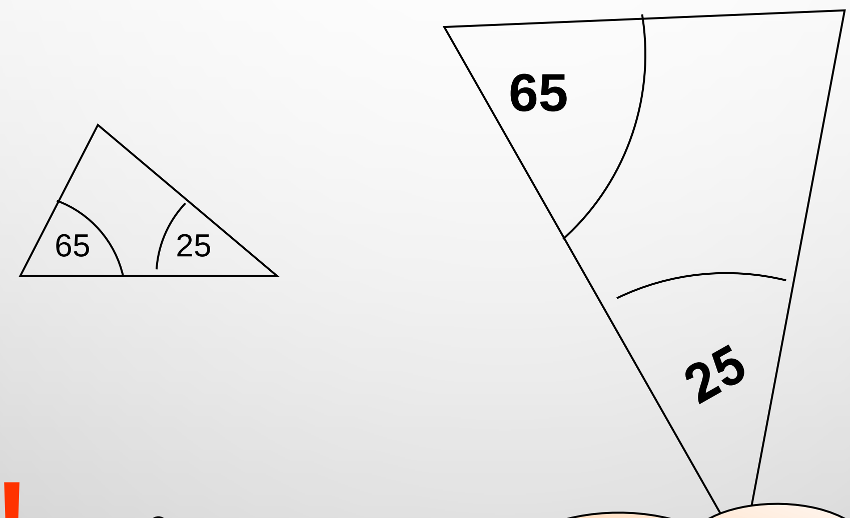


Es decir: Si $\alpha = \alpha´$, $\beta = \beta´$ de lo anterior se deduce que $\gamma = \gamma´$

Entonces, **Δ ABC semejante con ΔA´B´C´**

EJEMPLO

¿Son los siguientes triángulos semejantes?

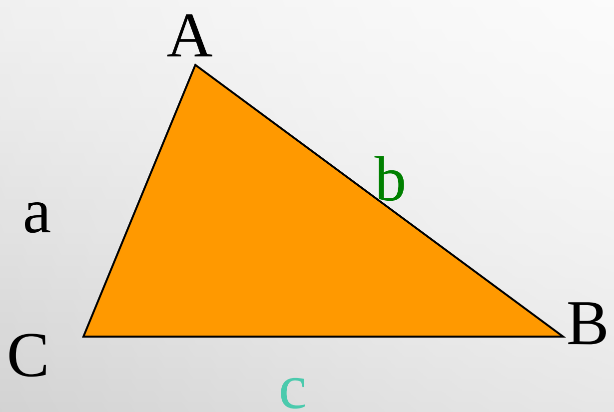


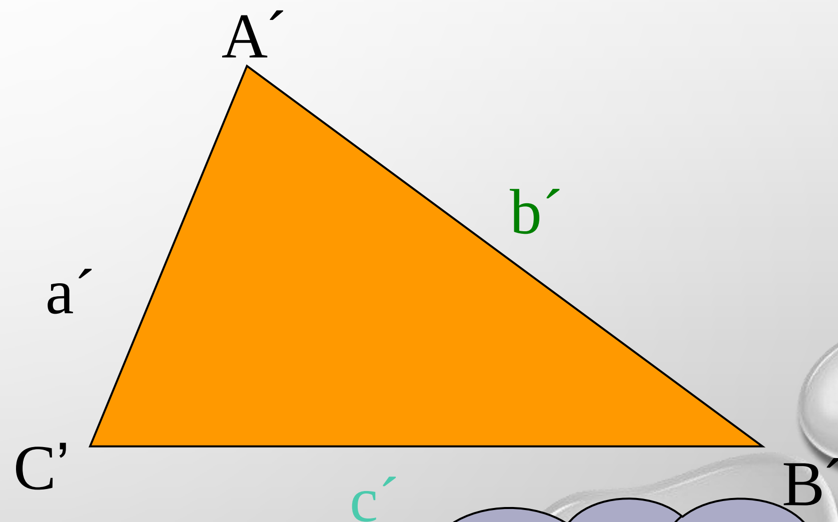
¡SI!

Por que al tener dos de sus ángulos congruentes, cumplen con el criterio AA

II. SEGUNDO CRITERIO
LLL

DOS TRIÁNGULOS QUE TIENEN **LOS TRES LADOS PROPORCIONALES** SON **SEMEJANTES** ENTRE SÍ.





Es decir:

$$\frac{a}{a´} = \frac{b}{b´} = \frac{c}{c´} = K$$

El cociente obtenido de comparar los lados homólogos entre sí recibe el nombre de **razón de semejanza**.

Entonces, **Δ ABC semejante con ΔA´B´C´**

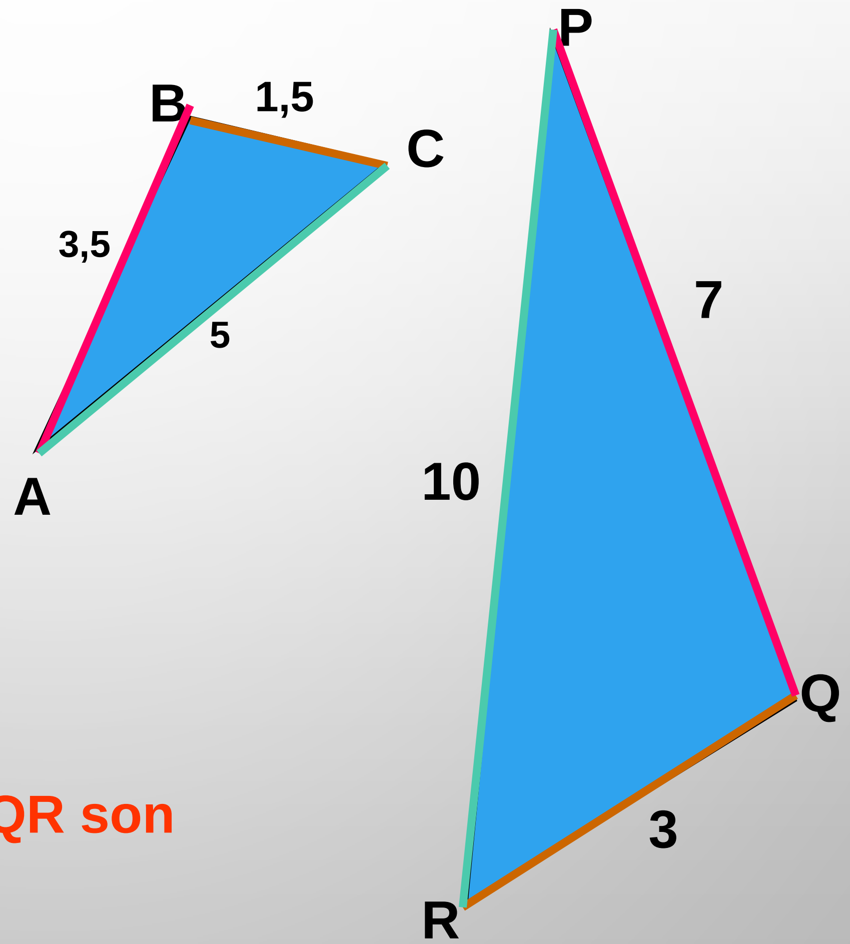
EJEMPLO

Determine si los triángulos ABC y PQR son semejantes

Verifiquemos si las medidas de los lados son proporcionales

$$\frac{1,5}{3} = \frac{3,5}{7} = \frac{5}{10}$$

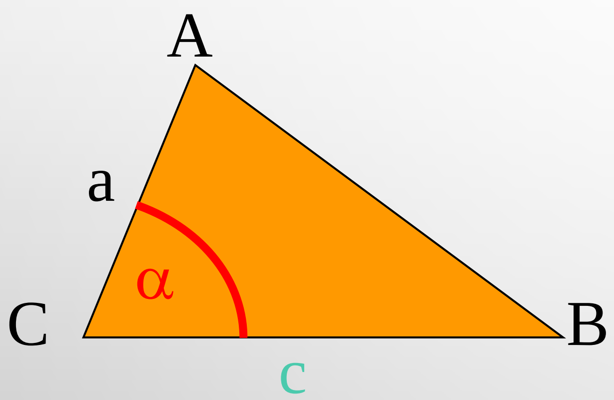
Efectivamente , así es, ya que los productos “cruzados” son iguales
1,5 • 7 = 3 • 3,5 = 10,5
3,5 • 10 = 7 • 5 = 35

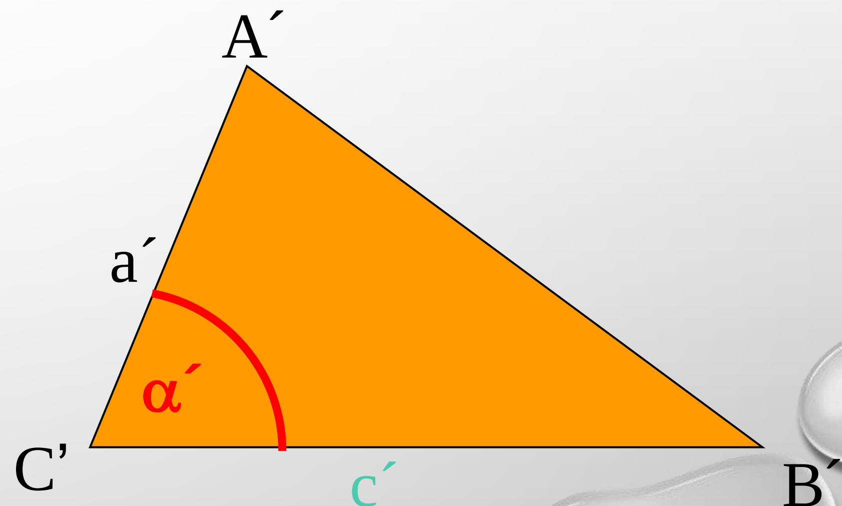


Por lo tanto Triángulos ABC y PQR son semejantes por criterio LLL

III. TERCER CRITERIO
LAL

DOS TRIÁNGULOS QUE TIENEN **DOS LADOS PROPORCIONALES Y EL ÁNGULO COMPRENDIDO ENTRE ELLOS ES IGUAL**, SON **SEMEJANTES** ENTRE SÍ.





Es decir:

$$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'} \quad \text{y} \quad \alpha = \alpha'$$

Entonces **Δ ABC semejante a Δ A´B´C´**

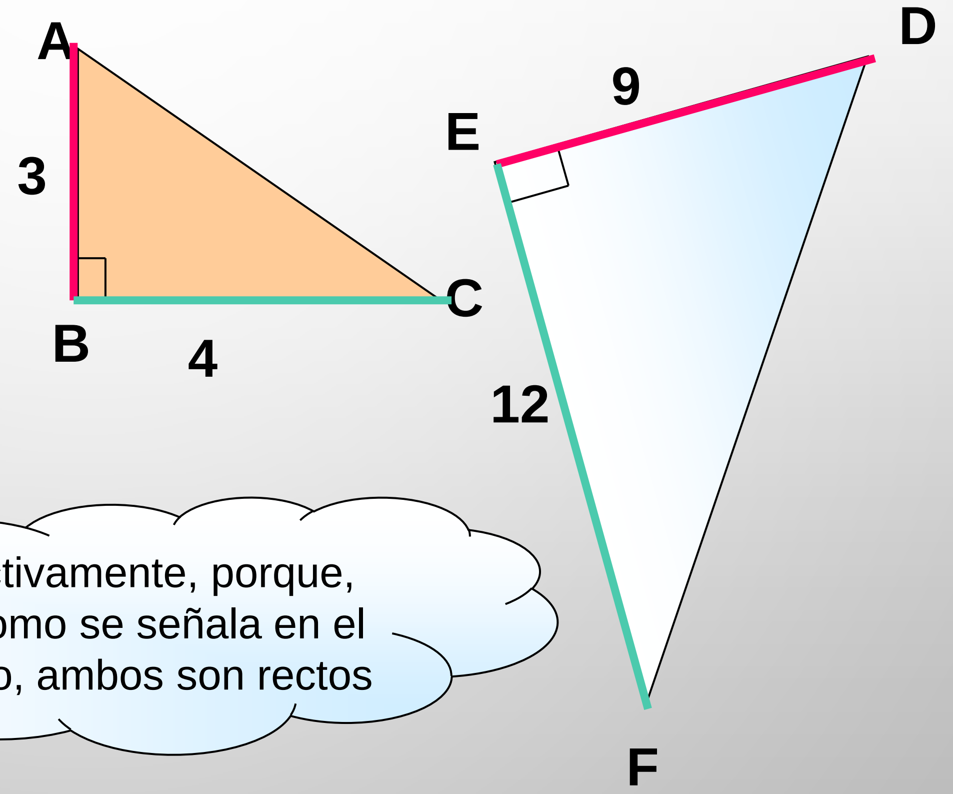
EJEMPLO

¿Son los triángulos ABC y DEF semejantes?

Veamos si dos de sus lados son proporcionales

$$\frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

Efectivamente así es, ya que los productos "cruzados" son iguales
3 • 12 = 4 • 9



¿Los ángulos formados por estos dos lados son congruentes?

Efectivamente, porque, tal como se señala en el dibujo, ambos son rectos

Por criterio LAL Triángulos ABC y DEF son SEMEJANTES

ALGUNAS APLICACIONES DE ESTOS CONCEPTOS

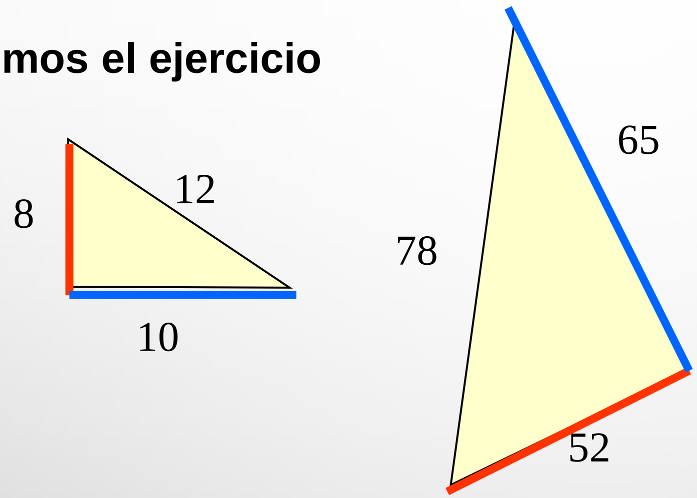
EJERCICIO

CONOCEMOS LAS DIMENSIONES DE LOS LADOS DE DOS TRIÁNGULOS. COMPRUEBA QUE SON SEMEJANTES Y HALLA LA RAZÓN DE SEMEJANZA.

A) 8 CM, 10 CM, 12 CM

B) 52 CM, 65 CM, 78 CM

Representemos el ejercicio



Comprobemos que las medidas de los lados homólogos son proporcionales

$$\frac{52}{8} = \frac{65}{10} = \frac{78}{12} = \frac{13}{2} = 6{,}5$$

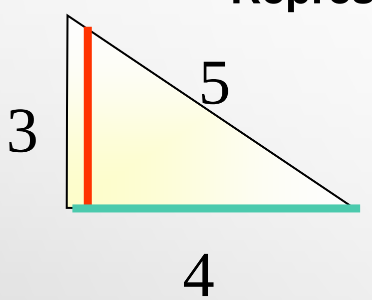
Para calcular la razón de semejanza se calcula una de las razones
65 : 10 = 6,5

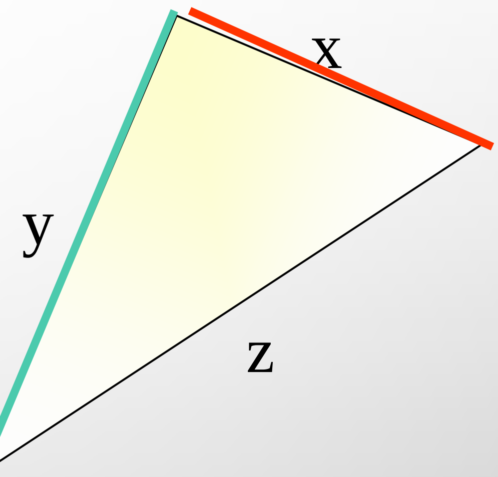
Entonces los triángulos son **semejantes por criterio LLL**

EJERCICIO

TENEMOS UN TRIÁNGULO CUYOS LADOS MIDEN 3 CM, 4 CM Y 5 CM RESPECTIVAMENTE Y DESEAMOS HACER UNA AMPLIACIÓN A ESCALA 1:3 ¿CUÁNTO MEDIRÁ CADA LADO?.¿CUÁL ES LA RAZÓN DE SEMEJANZA?.

Representamos la situación





$$\frac{1}{3} = \frac{\mathbf{3}}{\boldsymbol{x}}$$

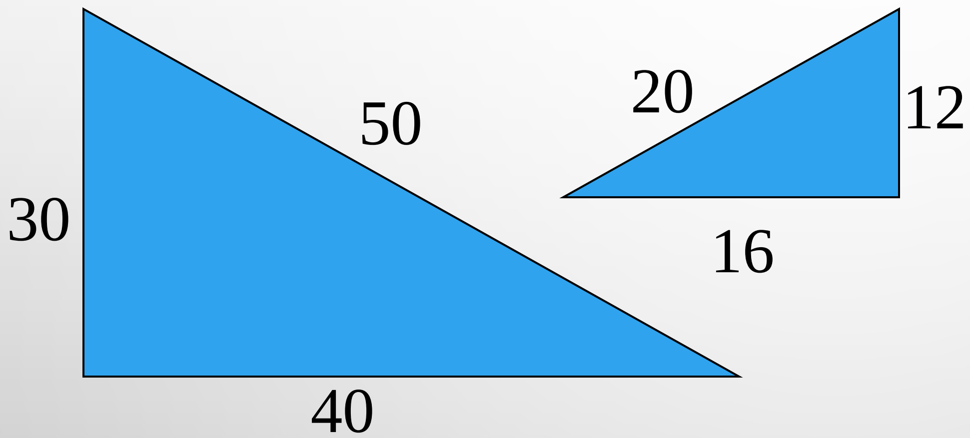
1.x = 3.3

x = 9

Determinas los valores de y , z

Otro ejercicio similar

LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO MIDEN 30, 40 Y 50 CENTÍMETROS RESPECTIVAMENTE. LOS LADOS DE UN SEGUNDO TRIÁNGULO MIDEN 12, 16 Y 20 CENTÍMETROS. ¿SON SEMEJANTES?. EN CASO AFIRMATIVO, ¿CUAL ES LA RAZÓN DE SEMEJANZA?.



Comprobemos que las medidas de los lados homólogos son proporcionales